Solución del Segundo Parcial

1.- **(10 ptos.)** En el circuito de la figura 1, hallar la corriente en el condensador sabiendo que $v_C(0^-) = 0$ V.

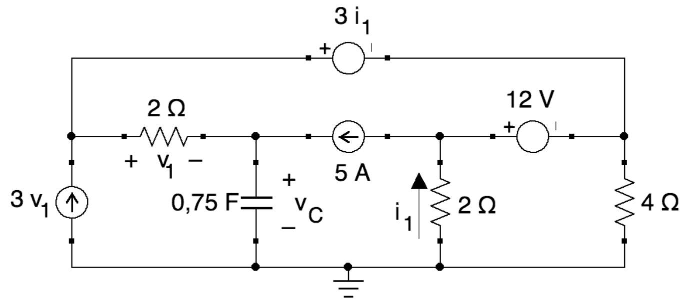
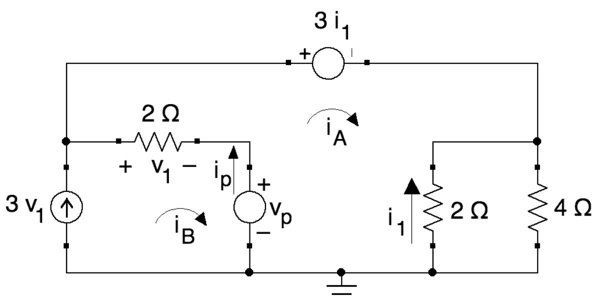


Figura 1

Las fuentes independientes son constantes, por lo tanto podemos usar el método del valor inicial y valor final. Para ello, debemos hallar R_{Th} para conocer τ , y V_{Th} para calcular $i_C(0^+)$. Por supuesto, $i_C(\infty) = 0$.

Circuito para R_{Th}:



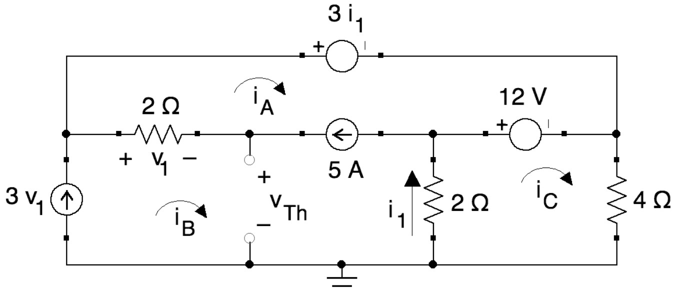
Las resistencias de 2 y 4 Ohms pueden combinarse si se observa el divisor de corriente $i_1 = -\frac{2}{3} i_A$. Por mallas:

$$\begin{cases} i_B = 3v_1 \\ \frac{10}{3} i_A - 2i_B = v_p - 3i_1 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} v_1 = 2(i_B - i_A) \\ i_p = i_A - i_B \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad i_A = -\frac{15}{16} v_p, \qquad i_B = -\frac{9}{8} v_p, \qquad i_p = \frac{3}{16} v_p$$

$$R_{Th} = \frac{v_p}{i_p} = \frac{16}{3} \Omega \quad /// \qquad \tau = R_{Th} C = \frac{16}{3} \cdot \frac{3}{4} = 4 \text{ s} \quad ///$$

Circuito para v_{Th}:



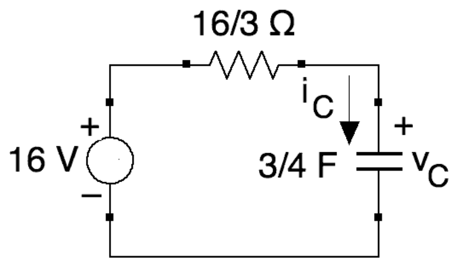
Resolviendo para las corrientes de malla definidas:

$$\begin{cases} i_A - i_B = 5 \\ i_B = 3v_1 \\ -2i_B + 6i_C = -12 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} v_1 = -10 \text{ V} \\ i_1 = i_C - i_B \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad i_A = -25 \text{ A}, \quad i_B = -30 \text{ A}, \quad i_C = -12 \text{ A}$$

$$v_{Th} + v_1 - 3i_1 - 4i_C = 0 \qquad \Rightarrow \qquad v_{Th} = 16 \text{ V} \quad ///$$

Circuito equivalente:



$$i_C(0) = \frac{16 - v_C(0)}{R_{Th}} = 3\text{ A}$$

$$i_C(t) = \left[i_C(0) - i_C(\infty)\right]e^{-t/\tau} + i_C(\infty)$$

$$i_C(t) = 3e^{-t/4}\text{ A}, \quad t > 0 \quad ///$$

2.- **(8 ptos.)** En el circuito de la figura 2, con OpAmps ideales, $v_C(0) = 0$, $i_L(0) = 0$, la fuente tiene un valor

$$v_s(t) = 3\ r(t–1) – 3\ r(t–2) – 3\ r(t–3) + 3\ r(t–4)$$

a) **(2 ptos.)** Grafique la tensión $v_s(t)$

b) **(6 ptos.)** Determine gráfica y analíticamente la corriente $i_C(t)$ y el voltaje de salida $v_o(t)$

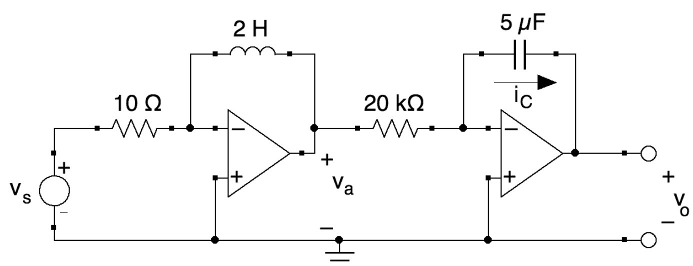
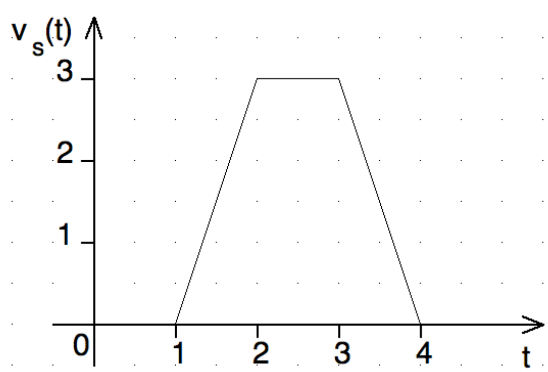


Figura 2

a)



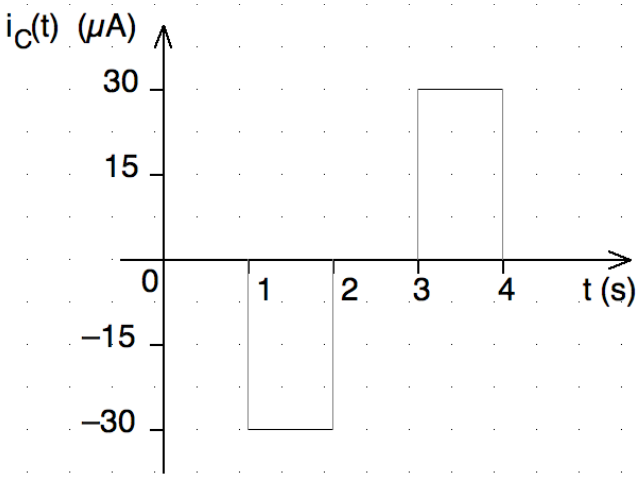
Definiendo la tensión v_a en la salida del primer operacional:

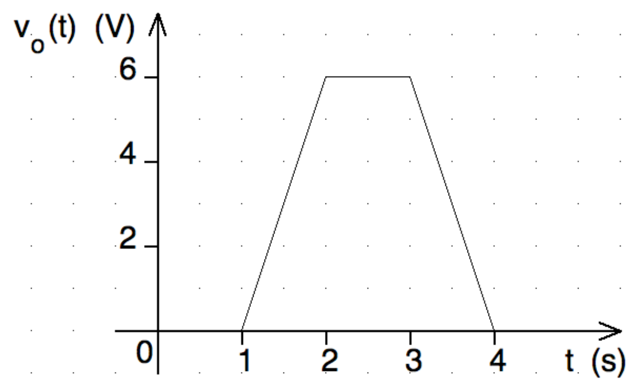
$$i_L = \frac{v_s}{10} \qquad v_a = -v_L = -2\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{5}\frac{dv_s}{dt}$$

$$i_C = \frac{v_a}{2.10^4} = -10^{-5}\frac{dv_s}{dt} \qquad v_o = -v_C = -\frac{1}{5.10^{-6}}\int_0^t i_C(\tau)d\tau = 2v_s(t)$$

$$i_C(t) = -10^{-5}\frac{d}{dt}\left[3r(t-1) - 3r(t-2) - 3r(t-3) + 3r(t-4)\right] = 30\left[-u(t-1) + u(t-2) + u(t-3) - u(t-4)\right]\mu A$$

$$v_o(t) = 2\left[3r(t-1) - 3r(t-2) - 3r(t-3) + 3r(t-4)\right] = 6\left[r(t-1) - r(t-2) - r(t-3) + r(t-4)\right] V$$





3.- **(12 ptos.)** En el circuito de la figura 3 el interruptor ha permanecido mucho tiempo en la posición "A", pasando a la posición "B" en el instante t = 0.

a) **(2 ptos.)** Hallar $i_L(0^-)$, $i_{L1}(0^-)$, $i_{L2}(0^-)$, $v_{C1}(0^-)$ y $v_{C2}(0^-)$.

b) **(4 ptos.)** Hallar el valor de K para que la constante de tiempo del lado derecho del circuito sea 0,1 segundos.

c) **(6 ptos.)** Suponiendo K = 0,75 e $i_L(0^-) = -0,5$ A, hallar el valor de $i_L(t)$ para t > 0.

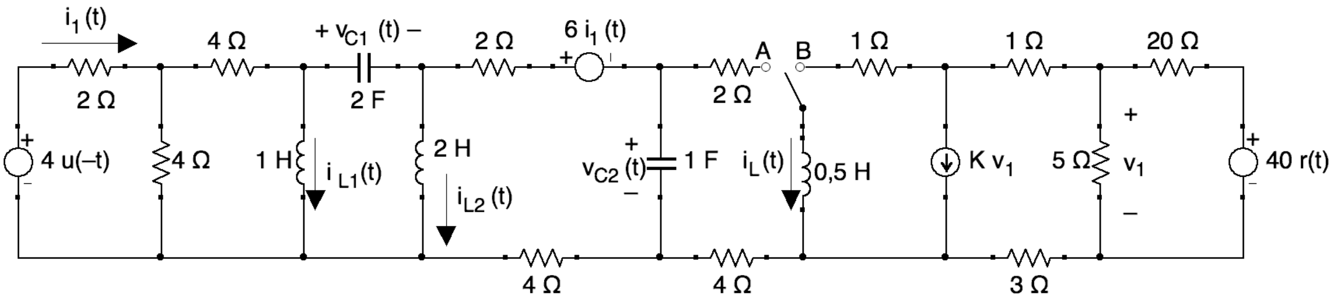
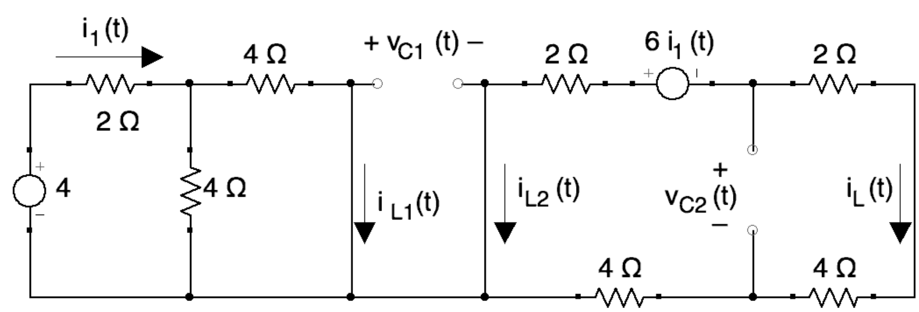


Figura 3

a) Circuito para condiciones iniciales, en $t = 0^-$:



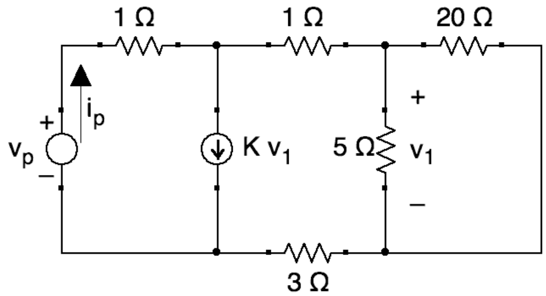
Por inspección, $v_{C1}(0^-) = 0$.

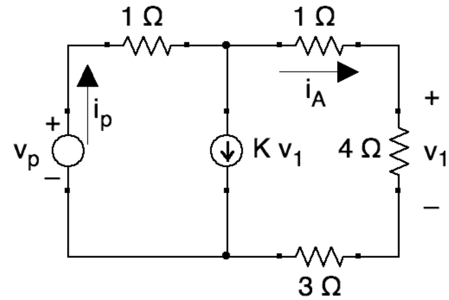
$$i_1(0^-) = \frac{4}{2+2} = 1\text{ A} \qquad \Rightarrow \qquad i_{L1}(0^-) = \frac{1}{2}i_1(0^-) = \frac{1}{2}\text{ A}$$

$$6i_1(0^-) = 12i_{L2}(0^-) \qquad \Rightarrow \qquad i_{L2}(0^-) = \frac{1}{2}\text{ A}$$

$$i_L(0^-) = -i_{L2}(0^-) = -\frac{1}{2}\text{ A} \qquad\qquad v_{C2}(0^-) = 6i_L(0^-) = -3\text{ V}$$

b) Para $\tau = 0,1$ s, $R_{Th} = \dfrac{L}{\tau} = \dfrac{0,5}{0,1} = 5\Omega$. Hallemos RTh en función de K:





$$\begin{cases} i_p - i_A = Kv_1 \\ i_p + 8i_A = v_p \end{cases} \qquad v_1 = 4i_A$$

$$i_p = (4K+1)i_A$$

$$i_p + \frac{8}{4K+1} i_p = v_p \qquad \Rightarrow \qquad R_{Th} = \frac{v_p}{i_p} = 1 + \frac{8}{4K+1} = \frac{4K+9}{4K+1}$$

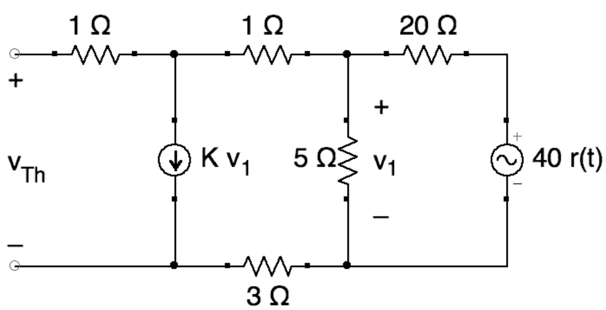
Ahora:

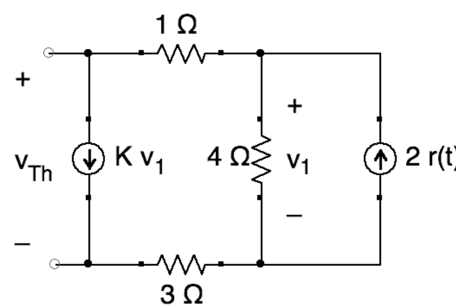
$$\frac{4K+9}{4K+1} = 5 \qquad 4K+9 = 20K+5 \qquad K = \frac{1}{4} \quad ///$$

c) Hay que hallar el equivalente de Thevenin para buscar la ecuación diferencial, pues la fuente no es constante. R_{Th} la podemos obtener del resultado del punto (b):

$$R_{Th} = \frac{4K+9}{4K+1} = 3\,\Omega$$

Circuito para v_{Th}:



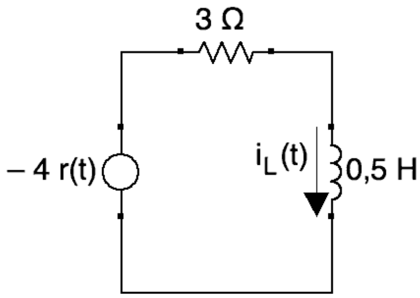


$$v_1 = 4\left[2r(t) - 0{,}75v_1\right] \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = 2r(t)$$

$$v_{Th} + 4Kv_1 - v_1 = 0$$

$$v_{Th} = -2v_1 = -4r(t)$$

El circuito equivalente es:



$$-4r(t) = 3i_L(t) + 0,5\frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{di_L}{dt} + 6i_L = -8r(t) = -8t$$

Solución homogénea:

$$\frac{di_{Lh}}{dt} + 6i_{Lh} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad i_{Lh} = K_1 e^{-6t}$$

Solución particular:

$$i_{Lp} = A + Bt \qquad\qquad i'_{Lp} = B$$

$$B + 6\left(A + Bt\right) = -8t$$

$$\begin{cases} B + 6A = 0 \\ 6B = -8 \end{cases} \qquad A = \frac{2}{9}, \quad B = -\frac{4}{3}$$

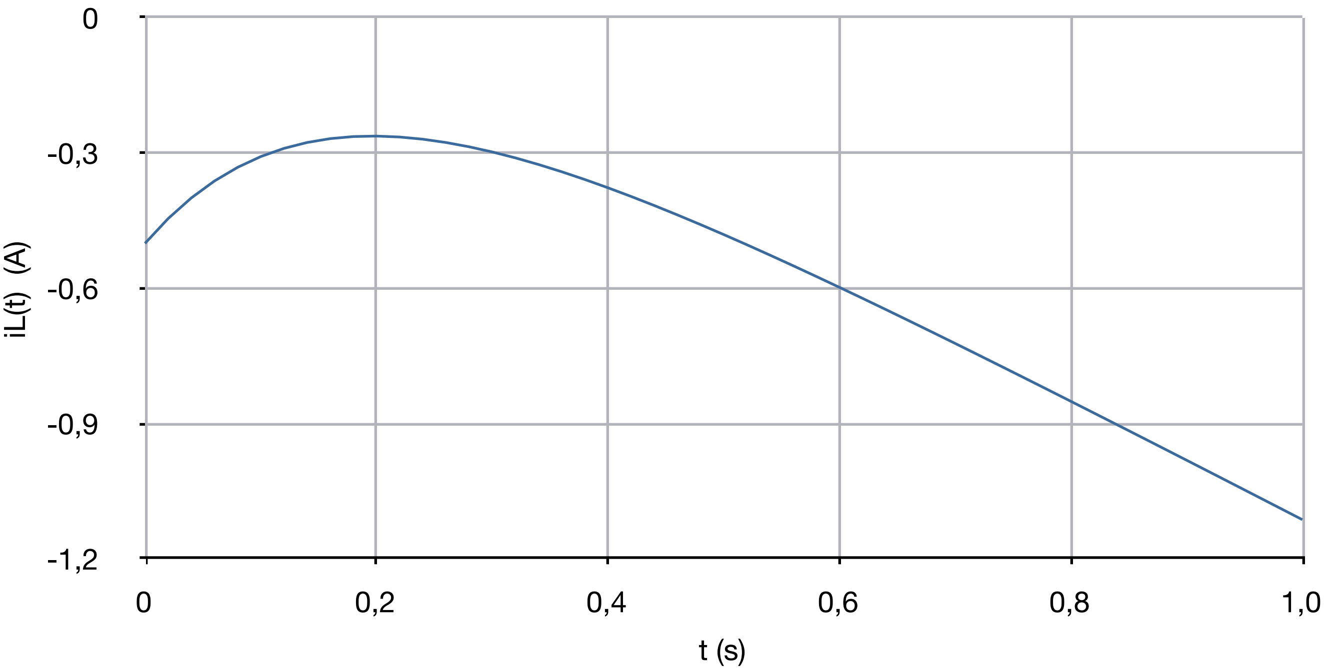
$$i_{Lp} = \frac{2}{9} - \frac{4}{3}t$$

Solución completa:

$$i_L(t) = i_{Lh} + i_{Lp} = K_1 e^{-6t} + \frac{2}{9} - \frac{4}{3}t$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = -0,5 = K_1 + \frac{2}{9} \qquad \Rightarrow \qquad K_1 = -\frac{13}{18}$$

$$i_L(t) = \left[-\frac{13}{18}e^{-6t} + \frac{2}{9} - \frac{4}{3}t\right] \quad \text{A}, \quad t > 0 \quad ///$$


0
-0,3
-0,6
-0,9
-1,2
iL(t) (A)
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
t (s)